Тема урока: **Показательная функция, основные свойства, график**

Цели:

- ввести определение показательной функции;
- сформулировать её основные свойства;
- показать построение графиков функции $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$.

Определение. ***Функция*** вида $y = a^x,\ a > 0,\ a \neq 1,\ x \in R$ называется ***показательной функцией***.

Замечание. Исключение из числа значений основания *a* чисел 0; 1 и отрицательных значений *a* объясняется следующими обстоятельствами:

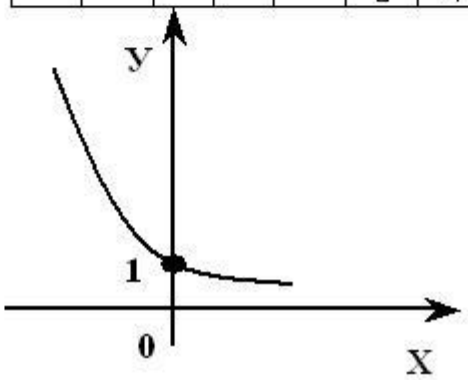
a = 0	Выражения вида 0^x определено при $x > 0$ и в этом случае тождественно равно нулю.
a = 1	Выражение 1^x определено при всех x, имеет постоянное значение (тождественно единице).
a < 0	Возможно возведение в целую степень или в рациональную степень с нечётным знаменателем.

Само аналитическое выражение a^x в указанных случаях сохраняет смысл и может встречаться в решении задач. Например, для выражения x^y точка $x = 1;\ y = 1$ входит в область допустимых значений.

Построить графики функций: $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ и $y = 2^x$.

$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$



$y = 2^x$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8

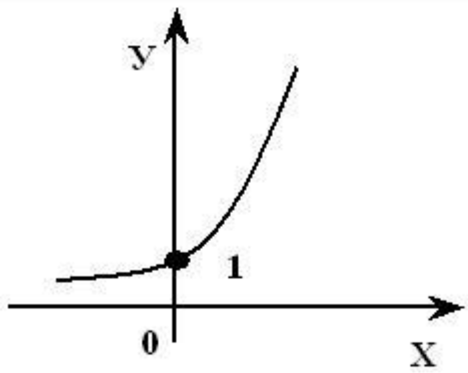
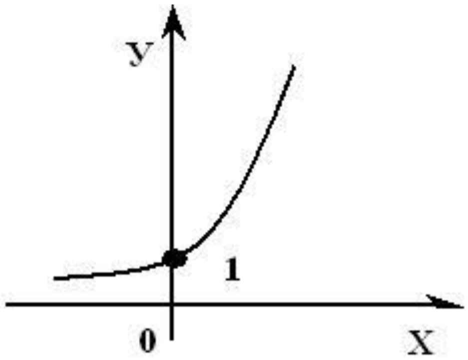
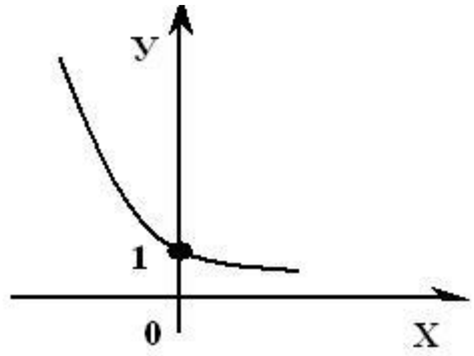


График показательной функции

$y = a^x$, a > 1	$y = a^x$, 0< a < 1
	

Свойства показательной функции

Свойства показательной функции	$y = a^x$, a > 1	$y = a^x$, 0< a < 1
1. Область определения функции	$(-\infty; \infty)$	
2. Область значений функции	$(0; \infty)$	
3.Промежутки сравнения с единицей	при $x > 0$, $a^x > 1$	при $x > 0$, $0 < a^x < 1$
	при $x < 0$, $0 < a^x < 1$	при $x < 0$, $a^x > 1$
4. Чётность, нечётность.	Функция не является ни чётной, ни нечётной (функция общего вида).	
5.Монотонность.	монотонно возрастает на **R**	монотонно убывает на **R**
6. Экстремумы.	Показательная функция экстремумов не имеет.	
7.Асимптота	Ось O_x является горизонтальной асимптотой.	

8. При любых действительных значениях *x*и *y*; $a>0, a\neq 1;\ b>0, b\neq 1.$	✓ $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ ✓ $a^x : a^y = a^{x-y}$ ✓ $(ab)^x = a^x b^x$ ✓ $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$ ✓ $(a^x)^y = a^{xy}$ ✓ $r\in Q$ и $a<b$, то $a^x < b^x$ при $r>0$ $a^x > b^x$ при $r<0$ ✓ $r,s\in Q$ и $r>s$, то $a^r > a^s$ при $a>1$ $a^r < a^s$ при $0<a<1$

Когда заполняется таблица, то параллельно с заполнением решаются задания.

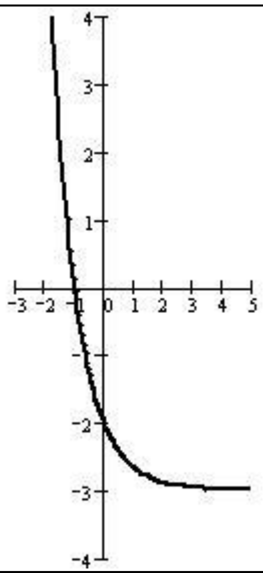
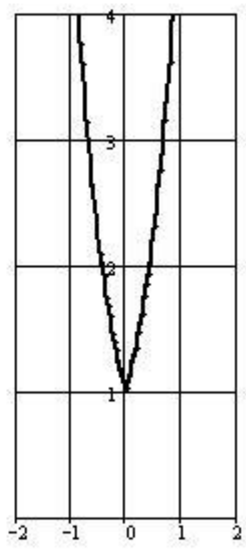
<u>Задание № 1</u>. (Для нахождения области определения функции).

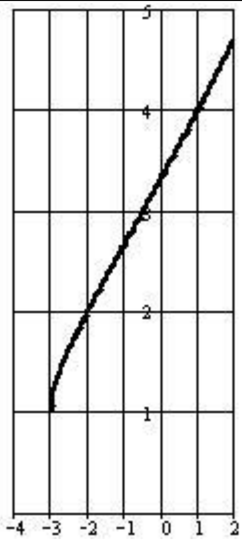
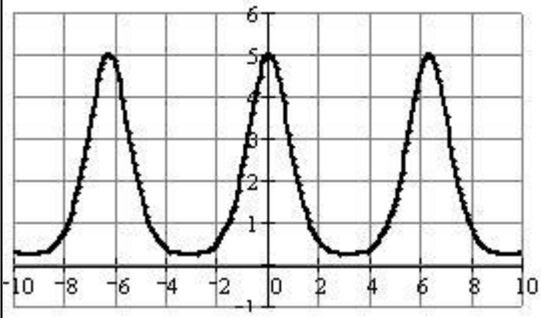
Какие значения аргумента   являются допустимыми для функций:

$y=a^{-x}$	**R**
$y=a^{\sqrt{x}}$	$[0;\infty)$
$y=a^{\frac{6}{x}}$	$(-\infty;0)\cup(0;\infty)$
$y=a^{\frac{8}{\sqrt{5x-4}}}$	$\left(\frac{4}{5};\infty\right)$

<u>Задание № 2.</u> (Для нахождения области значений функции).

На рисунке изображен график функции. Укажите область определения и область значений функции:

$y=\left(\frac{1}{3}\right)^x-3$ 	$y=0{,}2^{-\lvert x\rvert}$ 

$y = 2^{\sqrt{x+3}}$ 	$y = 5^{\cos x}$ 

<u>Задание № 3</u>. (Для указания промежутков сравнения с единицей).

Каждую из следующих степеней сравните с единицей:

$\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{3}}$	<1	$0<\frac{3}{4}<1$ и $\frac{2}{3}>0$
$\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{6}}$	>1	$\frac{4}{3}>1$ и $\frac{1}{6}>0$
$\left(\frac{3}{5}\right)^{-\frac{2}{7}}$	>1	$0<\frac{3}{5}<1$ и $-\frac{2}{7}<0$
$\left(\frac{5}{2}\right)^{-\frac{2}{9}}$	<1	$\frac{5}{2}<1$ и $-\frac{2}{9}<0$

<u>Задание № 4</u>. (Для исследования функции на монотонность).

Сравнить по величине действительные числа *m* и *n* если:

$(2{,}3)^m > (2{,}3)^n$	$m > n$	2,3>1
$(0{,}7)^m > (0{,}7)^n$	$m < n$	0<0,7<1
$\left(\frac{2}{3}\right)^m < \left(\frac{2}{3}\right)^n$	$m > n$	$0<\frac{2}{3}<1$
$\left(1\frac{1}{6}\right)^m < \left(1\frac{1}{6}\right)^n$	$m < n$	$1\frac{1}{6}>1$

<u>Задание № 5</u>. (Для исследования функции на монотонность).

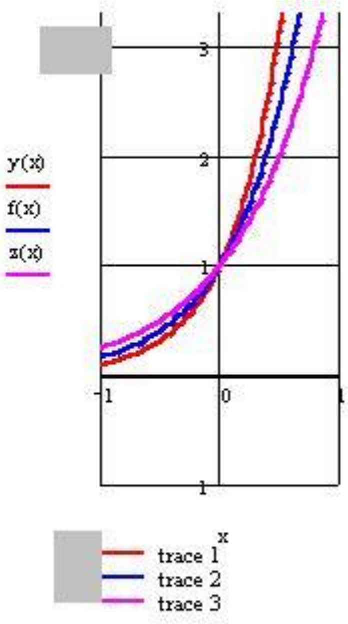
Сделайте заключение относительно основания *a*, если:

$a^{-1,5} > a^{2,5}$	$0 < a < 1$	$-1,5 < 2,5$
$a^{2,3} > a^{1,2}$	$a > 1$	$2,3 > 1,2$
$a^{\frac{2}{3}} > a^{\frac{3}{4}}$	$0 < a < 1$	$\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$
$a^{\frac{1}{2}} < a^{\frac{2}{3}}$	$a > 1$	$\frac{1}{2} < \frac{2}{3}$

В одной координатной плоскости построены графики функций:

$y(x) = 10^x$; $f(x) = 6^x$; $z(x) - 4^x$

Как располагаются графики показательных функций относительно друг друга при x > 0, x = 0, x < 0?



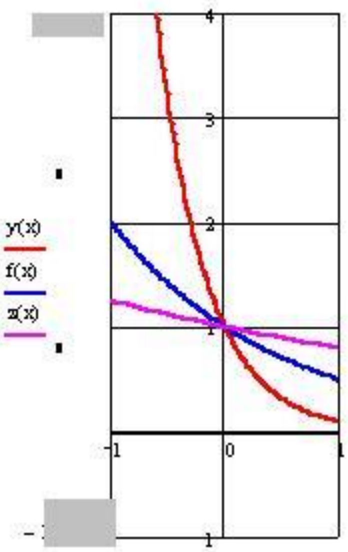
Вывод:

при x < 0	чем ***больше*** значение основания степени, тем ***ближе*** к оси O_x располагается график показательной функции;
при x = 0	графики показательных функций ***пересекаются*** в одной точке (0;1);
при x > 0	чем ***больше*** значение основания степени, тем ***дальше*** от осиO_x располагается график показательной функции.

В одной координатной плоскости построены графики функций:

$y(x) = (0,1)^x$; $f(x) = (0,5)^x$; $z(x) = (0,8)^x$.

Как располагаются графики показательных функций относительно друг друга при x > 0, x = 0, x < 0?



Вывод:

при x < 0	чем ***меньше*** значение основания степени, тем ***дальше*** от оси O_x располагается график показательной функции;
при x = 0	графики показательных функций ***пересекаются*** в одной точке (0;1);
при x > 0	чем ***меньше*** значение основания степени, тем ***ближе*** к осиO_x располагается график показательной функции.

Домашнее задание:

Записать конспект урока.

Исследовать функцию и построить график:

a) $y=2^x+1$
b) $y=3^x-2$