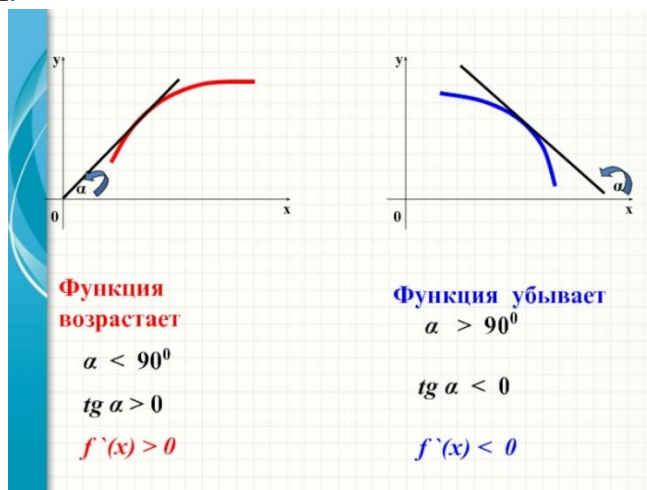


1. Возрастание и убывание функций

Одной из основных задач, возникающих при исследовании функции, является нахождение промежутков монотонности функции (т. е. промежутков ее возрастания и убывания). Такой анализ легко выполнить с помощью производной. Сформулируем теоремы о возрастании и убывании функции.

Теорема 1. Если во всех точках открытого промежутка X выполняется неравенство $f'(x) \geq 0$ (причем равенство $f'(x) = 0$ либо не выполняется, либо выполняется лишь в конечном множестве точек), то функция $y = f(x)$ возрастает на промежутке X .

Теорема 2. Если во всех точках открытого промежутка X выполняется неравенство $f'(x) \leq 0$ (причем равенство $f'(x) = 0$ либо не выполняется, либо выполняется лишь в конечном множестве точек), то функция $y = f(x)$ убывает на промежутке X .



Рассмотрим несколько примеров исследования функции на возрастание и убывание.

Найти промежутки монотонности функций:

1) $y = x^3 - 3x^2$

а) область определения: $D(y): x \in R$,

б) найдем первую производную: $y' = (x^3 - 3x^2)' = 3x^2 - 6x$

в) найдем критические точки: $y' = 0; 3x^2 - 6x = 0; 3x(x - 2) = 0; x = 0$ и $x = 2$

Исследуем знак производной в полученных промежутках, решение представим в виде таблицы.

x	$(-\infty; 0)$	0	$(0; 2)$	2	$(2; +\infty)$
$y'(x)$	+	0	-	0	+
$y(x)$	↑		↓		↑

2) $y = -x^3$

а) область определения: $D(y): x \in R$,

б) найдем первую производную: $y' = (-x^3)' = -3x^2$

в) найдем критические точки: $y' = 0; y' = -3x^2 = 0; x = 0$.

Исследуем знак производной в полученных промежутках, решение представим в виде таблицы.

x	$(-\infty; 0)$	0	$(0; +\infty)$
$y'(x)$	-	0	-
$y(x)$	↓		↓

Функция $y = -x^3$ убывает на всей области определения.

3) $y = x^2 - 5x + 6$

а) область определения: $D(y): x \in R$,

б) найдем первую производную: $y' = (x^2 - 5x + 6)' = 2x - 5$,

в) найдем критические точки: $y' = 0; 2x - 5 = 0; x = 2,5$

Исследуем знак производной в полученных промежутках, решение представим в виде таблицы.

x	$(-\infty; 2,5)$	0	$(2,5; +\infty)$
$y'(x)$	+	0	-
$y(x)$	↑		↓

Функция $y = x^2 - 5x + 6$ возрастает на промежутке $x \in (-\infty; 2,5)$, убывает на промежутке $x \in (2,5; +\infty)$.

2. Возрастание и убывание тригонометрических функций.

Синус возрастает на промежутках $\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right], n \in Z$

промежутки $\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right], n \in Z$ являются промежутками убывания синуса.

Промежутками возрастания косинуса являются отрезки $[-\pi + 2\pi n; 2\pi n], n \in Z$, а промежутками убывания - отрезки $[2\pi n; \pi + 2\pi n], n \in Z$.

Функция тангенс возрастает на промежутках $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in Z$.

Функция котангенс убывает на промежутках $(\pi n; \pi + \pi n), n \in Z$.

Практическое занятие №

40 Исследование функции на монотонность с помощью производной

Методические рекомендации

1. Найти промежутки возрастания и убывания функции:

$$y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 6$$

1. Найти $D(y)$

2. Найти производную

3. Найти критические точки

4. Заполнить таблицу

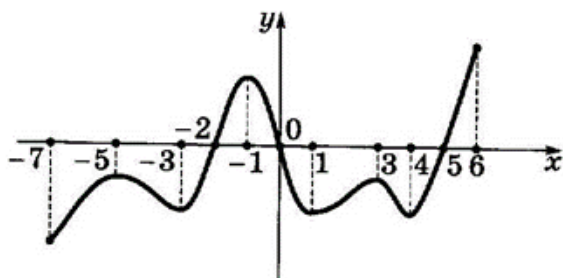
x					
y'					
y					

5. Ответ: функции √

функция ↑

2. Работа с рисунком. Изображён график функции $y(x)$:

1) Указать промежутки возрастания и убывания функции;



3. Найти промежутки возрастания и убывания

а) $y = x^2 + 2x$; б) $y = 8 - x^6$; в) $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$.

Выполненные задания присылаем мне на почту, при этом не забываем подписывать работы. Удачи в выполнении.